

Γλυφάδα 10/10/2020,

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

Μάθημα: ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ	
Καθηγητής	Χρόνος: 2 ΩΡΕΣ
Όνοματεπώνυμο:	Τμήμα:

ΘΕΜΑ Α

A.1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν , γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α) Για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2$.

β) Αν $\frac{\alpha}{\beta} > 0$, τότε οι αριθμοί α, β είναι ομόσημοι.

γ) Αν $\alpha + \beta > 0$, τότε οι α, β είναι θετικοί.

δ) Αν $\alpha(\beta^2 + 1) < 0$, τότε $\alpha < 0$.

ε) Ισχύει ότι $\alpha^\mu + \alpha^\nu = \alpha^{\mu+\nu}$.

στ) Ισχύει ότι $(-\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2$

ζ) Αν οι αριθμοί μ, ν είναι αντίθετοι τότε ισχύει ότι $2^\mu 2^\nu = 1$.

η) Ισχύει ότι $\alpha^2 > 0$ για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$

Μονάδες 16

A.2. Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

α) $(2x + \dots)^2 = \dots + 4xy + \dots$

β) $(\dots + \dots)^2 = 9\alpha^2 + 12\alpha\beta + \dots$

γ) $(\dots + \dots)(9x^2 - \dots + 4y^2) = \dots + \dots$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

B.1. Να αποδείξετε ότι:

i. $\alpha^2 - 4\alpha + 5 > 0$, για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$

ii. $\alpha^2 + \beta^2 + 10 \geq 2(\alpha + 3\beta)$, για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

Μονάδες 8

B.2. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

i. $A = \frac{2x^3 - 12x^2 + 18x}{x^2 - 9}$

ii. $B = \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^2 - 2x + 1} \cdot \frac{x^2 + 1}{x^2 + 2x + 1}$

iii. $\Gamma = \frac{x - 2}{x^2 - 2x + 4} : \frac{x^2 - 4}{x^3 + 8}$

Μονάδες 12

B.3. Αν $\alpha > 2$ να αποδείξετε ότι $\alpha^3 > 2\alpha^2 - \alpha + 2$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (x-2)^3 + 5(x-1)^2 + (x-6)(x+4)$

Γ.1. Να δείξετε ότι $P(x) = x^3 - 27$

Μονάδες 6

Θεωρούμε επιπλέον την παράσταση $K = \frac{x^3 - 27}{x^2 - 5x + 6}$

Γ.2. Να βρείτε για ποιές τιμές του x ορίζεται η παράσταση K και στην συνέχεια να την απλοποιήσετε .

Μονάδες 8

Γ.3. Να δείξετε ότι $\frac{x^3 - 27}{x^2 - 5x + 6} - (x + 5) = \frac{19}{x - 2}$.

Μονάδες 6

Γ.4. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$\frac{1002^3 - 27}{1002^2 - 5 \cdot 1002 + 6} - 1007 .$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η παράσταση $A = \frac{x^2 + 6xy + 9y^2}{18} \cdot \frac{6}{x^2 - 9y^2}$ με $x \neq 0$, $y \neq 0$

και $x \neq \pm 3y$

Δ.1. Να δείξετε ότι $A = \frac{x + 3y}{3x - 9y}$.

Μονάδες 7

Δ.2. Αν $A = 1$ τότε:

i. Να δείξετε ότι $\frac{x}{y} = 6$.

Μονάδες 5

ii. Να δείξετε ότι $\frac{3x - 6y}{x - 2y} = 3$

Μονάδες 6

iii. Να υπολογίσετε την παράσταση $B = \frac{x(x^4y)^4}{6^{11}x^{-9}(36y)^5(27x^{-2}y^78)^5}$

Μονάδες 7

Καλή Επιτυχία