ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 31/10/2020

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1) Σχολ/σελ.11 - “ Στη Γεωμετρία το διάνυσμα.........καταλήγει στο Β. ”
Σχολ/σελ.12 - “ Δυο μη μηδενικά...........και γράφουμε $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{A\Gamma}$. ”
Σχολ/σελ.13 - “ Δυο μη μηδενικα..........και συμβολίζονται με $\vec{0}$. ”

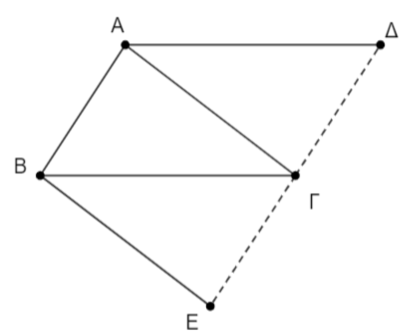
Α2) Σχολ/σελ .25 "ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΗ ΑΚΤΙΝΑ ΜΕΣΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ”
(Η υποπαράγραφος είναι η απόδειξη)

Α3) 1. Λ 2.Σ 3.Σ 4.Σ 5.Σ

Α4) 1.δ 2.δ

ΘΕΜΑ Β

Β1) Ισχύει ότι : $\overrightarrow{A\Delta}=\overrightarrow{B\Gamma}$ και $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{A\Gamma}$



'Αρα τα ΑΔΓΒ και ΑΓΕΒ είναι παραλληλόγραμμα.
Οπότε ισχύει και ότι: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{\Delta\Gamma}$ και $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{\Gamma E}$

Άρα $\overrightarrow{\Delta\Gamma}=\overrightarrow{\Gamma E}$ άρα το Γ είναι μέσο του ΔΕ.

Άλλος τρόπος:

$\overrightarrow{\Delta\Gamma}=\overrightarrow{A\Gamma}-\overrightarrow{A\Delta}=\overrightarrow{BE}-\overrightarrow{B\Gamma}=\overrightarrow{\Gamma E}$
και καταλήγουμε στο ίδιο συμπέρασμα.

Β2) Ισχύει ότι: $\overrightarrow{A\Delta}=\dfrac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A\Gamma}}{2}$ και $\overrightarrow{BE}=\dfrac{\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{B\Gamma}}{2}$ και $\overrightarrow{\Gamma Z}=\dfrac{\overrightarrow{\Gamma A}+\overrightarrow{\Gamma B}}{2}$

Άρα: $\overrightarrow{A\Delta}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{\Gamma Z}=\dfrac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A\Gamma}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{B\Gamma}+\overrightarrow{\Gamma A}+\overrightarrow{\Gamma B}}{2}=0$

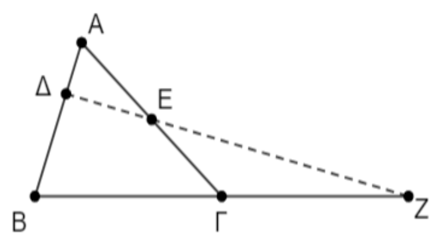
B3) Θεωρούμε ως σημείο αναφοράς π.χ. το A
Άρα:

$$(\kappa+1)\overrightarrow{PA}+2\overrightarrow{PB}=(\kappa+3)\overrightarrow{P\Gamma}\Leftrightarrow$$
$$(\kappa+1)\overrightarrow{PA}+2(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AB})=(\kappa+3)(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{A\Gamma})\Leftrightarrow$$
$$\kappa\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PA}+2\overrightarrow{PA}+2\overrightarrow{AB}=\kappa\overrightarrow{PA}+\kappa\overrightarrow{A\Gamma}+3\overrightarrow{PA}+3\overrightarrow{A\Gamma}\Leftrightarrow$$
$$2\overrightarrow{AB}=\kappa\overrightarrow{A\Gamma}+3\overrightarrow{A\Gamma}\Leftrightarrow$$
$$2\overrightarrow{AB}=(\kappa+3)\overrightarrow{A\Gamma}\Leftrightarrow$$
$$\overrightarrow{AB}=\frac{\kappa+3}{2}\overrightarrow{A\Gamma}$$

Άρα τα A,B, Γ είναι συνευθειακά.

ΘΕΜΑ Γ

Σχήμα :



Ισχύει ότι: $\overrightarrow{\Delta B}=\vec{2}\,\overrightarrow{A\Delta}$ και $\overrightarrow{\Gamma Z}=\overrightarrow{B\Gamma}$

E μέσο του ΑΓ: $\overrightarrow{A\Gamma}=2\overrightarrow{E\Gamma}\Leftrightarrow\overrightarrow{E\Gamma}=\frac{1}{2}\overrightarrow{A\Gamma}$

Γ1) Είναι:
$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{A\Delta}+\overrightarrow{\Delta B}\Leftrightarrow$$
$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{A\Delta}+2\overrightarrow{A\Delta}\Leftrightarrow$$
$$\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{A\Delta}\Leftrightarrow$$
$$\overrightarrow{A\Delta}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$$

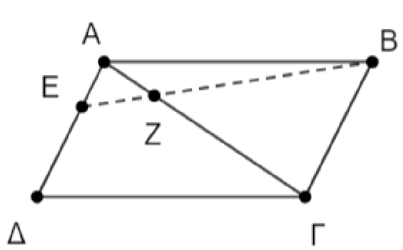
Γ2) Είναι: $\overrightarrow{\Delta E}=\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{A\Delta}=\frac{1}{2}\overrightarrow{A\Gamma}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

Γ3) Έχουμε ότι: $\overrightarrow{EZ}=\overrightarrow{E\Gamma}+\overrightarrow{\Gamma Z}=\frac{1}{2}\overrightarrow{A\Gamma}+\overrightarrow{B\Gamma}=\frac{1}{2}\overrightarrow{A\Gamma}+\overrightarrow{A\Gamma}-\overrightarrow{AB}=\frac{3}{2}\overrightarrow{A\Gamma}-\overrightarrow{AB}=3(\frac{1}{2}\overrightarrow{A\Gamma}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB})$

Αρα $\overrightarrow{EZ}=3\overrightarrow{\Delta E}$ δηλαδη τα E,Z ,Γ είναι συνευθειακα

ΘΕΜΑ Δ

Σχήμα :



Έχουμε ότι: $\overrightarrow{AB}=\vec{\alpha}$, $\overrightarrow{A\Delta}=\vec{\beta}$

και $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{A\Delta}$, $\overrightarrow{AZ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{A\Gamma}$

Δ1) Είναι: $\overrightarrow{AZ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{A\Gamma}=\frac{1}{4}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B\Gamma})=\frac{1}{4}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A\Delta})=\frac{1}{4}(\vec{\alpha}+\vec{\beta})$

Δ2) α) Είναι: $\overrightarrow{EZ}=\overrightarrow{AZ}-\overrightarrow{AE}=\frac{1}{4}(\vec{\alpha}+\vec{\beta})-\frac{1}{3}\vec{\beta}=\frac{1}{4}\vec{\alpha}+\frac{1}{4}\vec{\beta}-\frac{1}{3}\vec{\beta}=\frac{1}{4}\vec{\alpha}+\frac{3}{12}\vec{\beta}-\frac{4}{12}\vec{\beta}=\frac{1}{4}\vec{\alpha}-\frac{1}{12}\vec{\beta}$

Παραγοντοποιούμε το $\frac{1}{4}$ και έχουμε ότι :

$$\overrightarrow{EZ}=\frac{1}{4}\vec{\alpha}-\frac{1}{12}\vec{\beta}=\frac{1}{4}(\vec{\alpha}-\frac{1}{3}\vec{\beta})$$

β) Είναι: $\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AB}=-\frac{1}{3}\vec{\beta}+\vec{\alpha}=\vec{\alpha}-\frac{1}{3}\vec{\beta}$

Δ3) Βλεπουμε απο το Δ2 ερώτημα ότι :

$\overrightarrow{EZ}=\frac{1}{4}(\vec{\alpha}-\frac{1}{3}\vec{\beta})=\frac{1}{4}\overrightarrow{EB}$

αρα τα σημεία Ε, Ζ , Β είναι συνευθειακά.