Λύσεις διαγωνίσματος Ταλαντώσεις- Η/Μ

Θέμα Α

Α1. α

Α2. β

Α3. α.

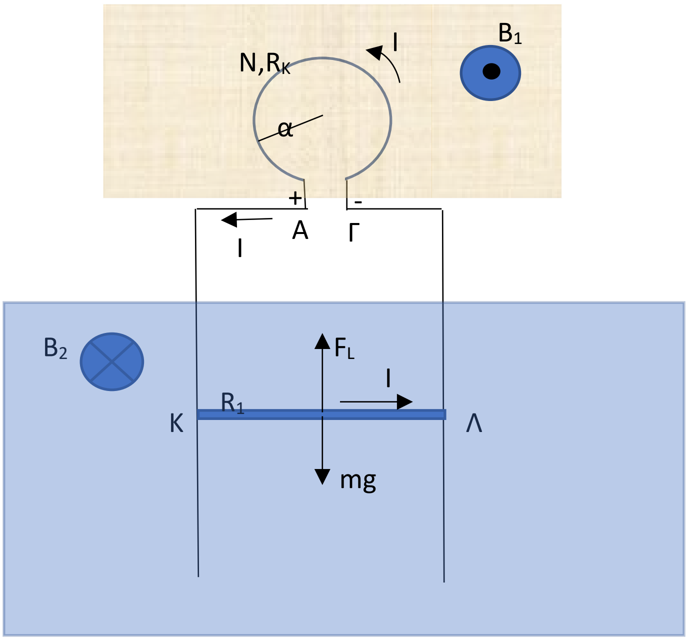
Α4. δ.

Α5. Λ,Σ,Σ,Λ,Λ

Θέμα Β

Β1. Α. Σωστή απάντηση είναι β.

Για να ισορροπεί ο αγωγός πρέπει η δύναμη Laplace να είναι αντίθετη του βάρους, έτσι η ένταση του ρεύματος Ι έχει την φορά του σχήματος.



Στον κυκλικό αγωγό δημιουργείται ένα μαγνητικό πεδίο στο κέντρο του με φορά ίδια με την φορά του B_1, σύμφωνα όμως με τον κανόνα του Lenz το επαγωγικό ρεύμα έχει τέτοια φορά ώστε να αντιτίθεται στην αιτία που το προκαλεί. Στην περίπτωση αυτή η αιτία είναι η μεταβολή του B_1, και επειδή το μαγνητικό πεδίο του ρευματοφόρου αγωγού λόγω του επαγωγικό ρεύματος τείνει να ενισχύσει το B_1, συμπεραίνουμε ότι το B_1 μειώνεται.

Η ένταση του ρεύματος στο «εξωτερικό» κύκλωμα ,αν λάβουμε υπόψιν ότι τον ρόλο της πηγής τον παίζει ο κυκλικός αγωγός, έχει φορά από το Α στο Γ άρα η πολικότητα της επαγωγικής τάσης είναι στο Α το (+) και το Γ(-).

Β. Από την ισορροπία του αγωγού έχουμε ότι $F_L = mg \rightarrow B_2 Il = mg \rightarrow I = 10A$

$$E_{\varepsilon\pi} = IR_{o\lambda} = 10 \cdot 4 = 40V \ \kappa\alpha\iota \ E_{\varepsilon\pi} = \left|-N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| \rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \left|-N \cdot \frac{\Delta B_1}{\Delta t} \cdot A\right| \rightarrow$$

$E_{\varepsilon\pi} = \left|-N \cdot \frac{\Delta B_1}{\Delta t} \cdot \pi \cdot \alpha^2\right| \rightarrow \left|\frac{\Delta B_1}{\Delta t}\right| = \frac{40}{\pi} \ T/s$ αλλά επειδή το B_1 μειώνεται

$\frac{\Delta B_1}{\Delta t} = -\frac{40}{\pi} \ T/s$ άρα το β.

Β2. Σωστή απάντηση το γ.

Από την εξίσωση της x_1 βρίσκουμε ότι το A_1=0,2m ενώ η συχνότητα $f_1=\omega_1/2\pi$=5Hz.

Από την εξίσωση για την επιτάχυνση όταν η συχνότητα είναι f_2 βρίσκουμε ότι $f_2=\omega_2/2\pi$=2Hz, και $\alpha_{2max}=\omega^2\cdot A_2$ άρα A_2=0,2m.

Βλέπουμε δηλαδή ότι για τις f_2=2Hz και για f_1=5Hz το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης είναι το ίδιο, άρα η συχνότητα συντονισμού είναι ανάμεσα στις δύο αυτές συχνότητες άρα f_0=3Hz.

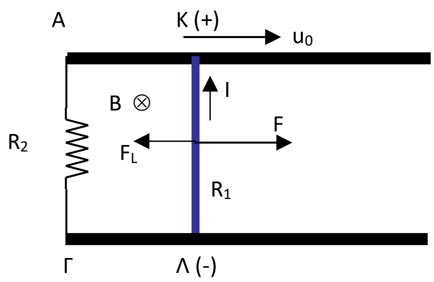
Β3. Σωστή απάντηση η β.

Το πλάτος μηδενίζεται κάθε 1 περίοδο του διακροτήματος άρα T_δ=0,5s άρα $f_\delta=1/T_\delta$=2Hz,

άρα $f_2 - f_1 = 2Hz$ (1), επίσης η συχνότητα της ταλάντωσης δίνεται από τον τύπο

$f_{\tau\alpha\lambda} = \frac{N}{t} = \frac{100}{0{,}5} = 200Hz, άρα\ \frac{f_2+f_1}{2} = 200Hz \rightarrow f_2 + f_1 = 400Hz$ (2) από την λύση των εξισώσεων 1,2 βρίσκουμε ότι : f_1=199Hz, f_2=201Hz

Θέμα Γ.



Α . Επειδή ο διακόπτης είναι ανοικτός η διάταξη είναι αυτή που φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Ο αγωγός ΚΛ κινείται προς τα δεξιά με αποτέλεσμα να εμφανίζεται επαγωγικό ρεύμα που έχει τέτοια φορά ώστε να αντιτίθεται στην αιτία που το προκαλεί. Η αιτία είναι η κίνηση του αγωγού (δηλαδή η αύξηση της μαγνητικής ροής μέσα από το ΑΚΛΓ), έτσι η δύναμη Laplace έχει φορά αντίθετη της F, ενώ το επαγωγικό ρεύμα την φορά του σχήματος και η τάση από επαγωγή έχει πολικότητα στο Κ (+) και στο Λ(-).

Η κίνηση του αγωγού όμως είναι ομαλά επιταχυνόμενη άρα

$$u = u_0 + at = 2 + 4t\ \ (S.I)\ (1)$$

Η $E_{\varepsilon\pi} = \left|-N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = B \cdot \frac{\Delta A}{\Delta t} = Bl \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} = Bul = 2u = 4 + 8t\ (S.I)\ (2)$

Το επαγωγικό ρεύμα είναι: $I = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_2+R_1} = \frac{4+8t}{4} = 1 + 2t\ (S.I)\ (3)$

Η δύναμη Laplace είναι: $F_L = B \cdot I \cdot L = 2(1 + 2t) = 2 + 4t\ \ (S.I)\ (4)$

α. Ενώ για την κίνηση του αγωγού ισχύει $\Sigma F = ma \rightarrow F - F_L = ma \rightarrow F = F_L + ma$

$$F = 2 + 4t + 2 \cdot 4 = 10 + 4t\ (S.I)\ \ (5)$$

Όλα αυτά συμβαίνουν μέχρι ο αγωγός διανύσει απόσταση S=12m δηλαδή:

$$u_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2 = 12 \rightarrow 2t + 2t^2 = 12 \rightarrow t^2 + t - 6 = 0$$

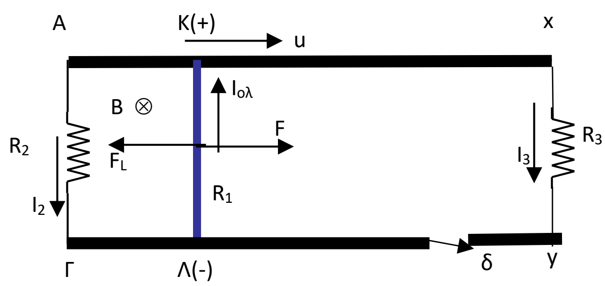
Το τριώνυμο έχει Δ=25 και λύσεις t_1=2s και t_2=-3s<0 απορρίπτεται.

Άρα την t=2s η δύναμη F αποκτά σταθερή τιμή που από την σχέση (5) είναι F=18N.

β. $\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{I_2 - I_1}{\Delta t} = \frac{1+2t_2-1-2t_1}{\Delta t} = \frac{2\cdot\Delta t}{\Delta t} = 2\ A/s$

γ. Για να υπολογίσουμε το φορτίο έχουμε: q=$|-N\cdot\frac{\Delta\Phi}{R_{o\lambda}}| = B\cdot\frac{\Delta A}{R_{o\lambda}} = B\cdot S\cdot\frac{l}{R_{o\lambda}} = \frac{24}{4} = 6C$

B.α. Όταν η δύναμη αποκτήσει την τιμή F=18N σταθεροποιείται και κλείνει ο διακόπτης η διάταξή τότε είναι όπως του διπλανού σχήματος.



Οι αντιστάσεις $R_3 \,//\, R_2 : R_{3,2} = \frac{R_3 \cdot R_2}{R_3 + R_2} = 2\Omega$

και έχουν $V_3=V_2=V_{ΚΛ}$.

Ενώ η ολική αντίσταση του κυκλώματος είναι $R_{ολ}=R_{3,2}+R_1$=3Ω.

$$E_{\varepsilon\pi} = \left|-N\cdot\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = B\cdot\frac{\Delta A}{\Delta t} = Bl\cdot\frac{\Delta x}{\Delta t} = Bul = 2u\ (S.I)$$

$$I = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}} = \frac{2u}{3}\ (S.I)$$

$$F_L = B\cdot I\cdot L = \frac{4u}{3}\ \ (S.I)$$

$$\Sigma F = ma \rightarrow F - F_L = ma \rightarrow F - F_L = ma \rightarrow 18 - \frac{4u}{3} = 2a\ \ (S.I)\ (6)$$

Η κίνηση του αγωγού συνεχίζει να είναι προς τα δεξιά και την στιγμή που κλείνει ο διακόπτης η F είναι μεγαλύτερη της F_L άρα ο αγωγός επιταχύνεται , όσο όμως η ταχύτητα αυξάνεται η επιτάχυνση μειώνεται, όπως φαίνεται από την σχέση (6) μέχρι να γίνει α=0, που τότε ο αγωγός αποκτά την οριακή του ταχύτητα και κινείται με αυτήν ευθύγραμμα και ομαλά.

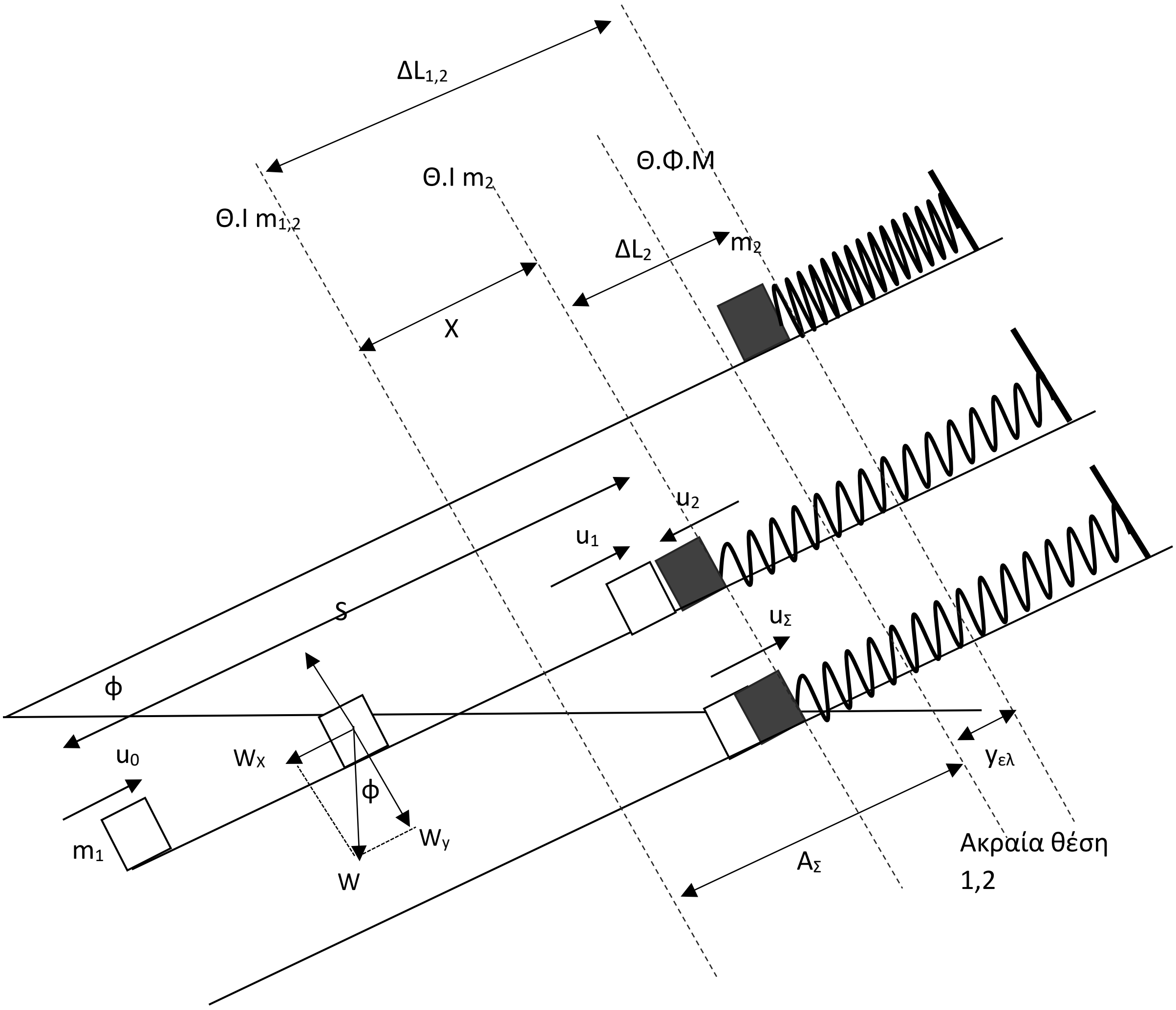
Έτσι έχουμε : $18 - \frac{4u}{3} = 0 \rightarrow u_{o\rho} = 13{,}5\ \frac{m}{s}$

β. Όταν η ταχύτητα του αγωγού είναι u=12 m/s από τις παραπάνω σχέσεις έχουμε ότι $E_{επ}$=24V και $I_{ολ}$=8 A, έτσι η διαφορά δυναμικού $V_{ΚΛ}=E_{επ} - I_{ολ}\cdot R_1$=24-8=16V=$V_2=V_3$.

Από τον Νόμο του Ohm για τις αντιστάσεις R_2 και R_3 έχουμε :

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{16}{3}A\ \kappa\alpha\iota\ I_3 = \frac{V_3}{R_3} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}A$$

Θέμα 4.



Θ.Ι$_2$: $\Sigma F_X = 0 \rightarrow w_{2x} = F_{\varepsilon\lambda} \rightarrow \Delta L_2 = \frac{m_2 \cdot g \cdot \eta\mu\varphi}{K} = 0{,}1m$

Θ.Ι$_{1,2}$: $\Sigma F_X = 0 \rightarrow w_{1,2x} = F_{\varepsilon\lambda} \rightarrow \Delta L_{1,2} = \frac{(m_1+m_2) \cdot g \cdot \eta\mu\varphi}{K} = 0{,}2m$ άρα η θέση της κρούσης που είναι η Θ.Ι$_2$ απέχει από την Θ.Ι$_{1,2}$ (θέση ισορροπίας συσσωματώματος) απόσταση x=0,1m.

α. Το σώμα m$_2$ εκτοξεύεται από την θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου $x_2 = \Delta L_2 = 0{,}1$m με ταχύτητα $u = \frac{\sqrt{14}}{2}\ m/s$, έτσι από Α.Δ.Ε.Τ έχουμε :

$E_{o\lambda}$=U+K→ $\frac{1}{2}KA_2^2 = \frac{1}{2}K \cdot \Delta L_2^2 + \frac{1}{2}m_2 \cdot u^2 \rightarrow A_2 = 0{,}2 \cdot \sqrt{2}\ m$ και η ταχύτητά του λίγο πριν την κρούση είναι $u_2 = u_{max} = \omega_2 \cdot A_2 = \sqrt{\frac{K}{m_2}} \cdot A_2 = 5 \cdot \sqrt{2} \cdot 0{,}2 \cdot \sqrt{2} = 2\,\frac{m}{s}$

β. Για να βρούμε την ταχύτητα του σώματος 1 λίγο πριν την κρούση με το 2 εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε από την βάση του κεκλιμένου επιπέδου μέχρι την Θ.Ι του m_2, (τότε το σώμα θα έχει διανύσει απόσταση S στο κεκλιμένο)

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{wx} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot u_1^2 - \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot u_0^2 = -m_1 \cdot g \cdot ημφ \cdot S \rightarrow u_1 = 3\frac{m}{s}$$

Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται κατά την κρούση έχει ταχύτητα $u_Σ$ που υπολογίζεται από Α.Δ.Ο (θετική φορά προς τα πάνω):

$m_1 \cdot u_1 - m_2 \cdot u_2 = (m_1 + m_2) \cdot u_Σ \rightarrow u_Σ = 0{,}5\, m/s$

γ. Η εξίσωση απομάκρυνσης του συσσωματώματος έχει την μορφή $x = A_Σ \cdot ημ(ωt + φ_0)$.

Το $ω = \sqrt{\frac{K}{m_1+m_2}} = 5\, r/s$

Το συσσωμάτωμα ξεκινά από μια θέση που απέχει από την Θ.Ι του απόσταση x=0,1m με ταχύτητα $u_Σ$=0,5m/s με φορά προς τα πάνω. Για να υπολογίσουμε το πλάτος της ταλάντωσης εφαρμόζουμε Α.Δ.Ε.Τ:

$E_{ολ}$=U+K$\rightarrow \frac{1}{2}KA_Σ^2 = \frac{1}{2}K \cdot x^2 + \frac{1}{2}m_{ολ} \cdot {u_Σ}^2 \rightarrow A_Σ = 0{,}1 \cdot \sqrt{2}\, m$

ενώ για την αρχική φάση έχουμε ότι για t=0 :

$0{,}1 = 0{,}1 \cdot \sqrt{2} \cdot ημφ_0 \rightarrow ημφ_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow ημφ_0 = ημ\frac{π}{4}$ δηλαδή

$φ_0 = 2kπ + \frac{π}{4}$ (1) ή $φ_0 = 2kπ + π - \frac{π}{4}$ (2), επειδή u>0 δεκτή η (1) που για k=0 $φ_0$=π/4, άρα η εξίσωση είναι:

$x = 0{,}1 \cdot \sqrt{2} \cdot ημ\left(5t + \frac{π}{4}\right)$ $(S.I)$.

δ. Όταν το συσσωμάτωμα σταματά , βρίσκεται στην ακραία του θέση και απέχει από την Θ.Φ.Μ του ελατηρίου απόσταση $y_{ελ} = ΔL_{1,2} - A_Σ = 0{,}2 - 0{,}1 \cdot \sqrt{2} = 0{,}2 - 0{,}14 = 0{,}06m$

Άρα η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου εκεί είναι:

$U_{ελ} = \frac{1}{2}K \cdot y_{ελ}^2 = \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot (6 \cdot 10^{-2})^2 = 36 \cdot 10^{-2}\, joule$

ε. $\frac{dK}{dt} = ΣF \cdot u = -K \cdot x \cdot u_Σ = -200 \cdot 0{,}1 \cdot (-0{,}5) = 10\, j/s.$

Η ταχύτητα του συσσωματώματος όταν αυτό ξαναπερνά από την θέση της κρούσης είναι αρνητική γιατί έχει φορά προς τα κάτω.